

TEMA 3

MODULACIÓN QAM

Inmaculada Hernáez Rioja

TEMA 3	MODULACIÓN QAM.....	3-1
3.1	Introducción.....	3-1
3.2	Transmisor QAM básico.....	3-1
3.3	Ancho de banda ocupado.....	3-5
3.4	Ejemplo: QAM-16.....	3-6
3.5	Receptor QAM: Descripción general.....	3-8
3.6	Detección de portadora de datos (<i>Data Carrier Detect</i>).....	3-10
3.7	Recuperación de portadora.....	3-10
3.8	Bibliografía.....	3-14

TEMA 3 MODULACIÓN QAM

3.1 INTRODUCCIÓN.

La Modulación de Amplitud en Cuadratura o QAM es una modulación digital en la que el mensaje está contenido tanto en la amplitud como en la fase de la señal transmitida. Se basa en la transmisión de dos mensajes independientes por un único camino. Esto se consigue modulando una misma portadora, desfasada 90° entre uno y otro mensaje. Esto supone la formación de dos canales ortogonales en el mismo ancho de banda, con lo cual se mejora en eficiencia de ancho de banda que se consigue con esta modulación.

La importancia de este sistema de modulación se debe a la gran cantidad de aplicaciones asociadas a ella:

- Es empleada por módems para velocidades superiores a los 2400 bps (por ejemplo V.22 bis y V.32).
- Es la modulación empleada en multitud de sistemas de transmisión de televisión, microondas, satélite...
- Es la base de la modulación TCM (Trellis Coded Modulation), que consigue velocidades de transmisión muy elevadas combinando la modulación con la codificación de canal.
- Es la base de los módems ADSL (*Asymmetric Digital Subscriber Line*) que trabajan en el bucle de abonado, a frecuencias situadas entre 24KHz y 1104KHz, pudiendo obtener velocidades de hasta 9Mbps, modulando en QAM diferentes portadoras.

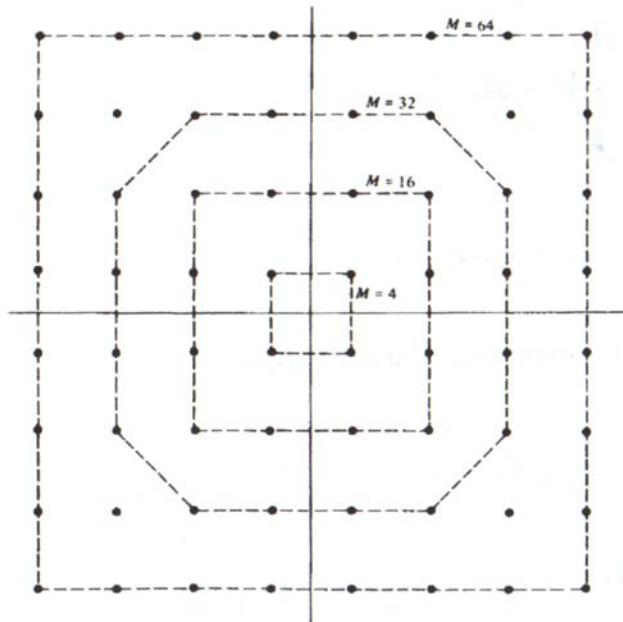
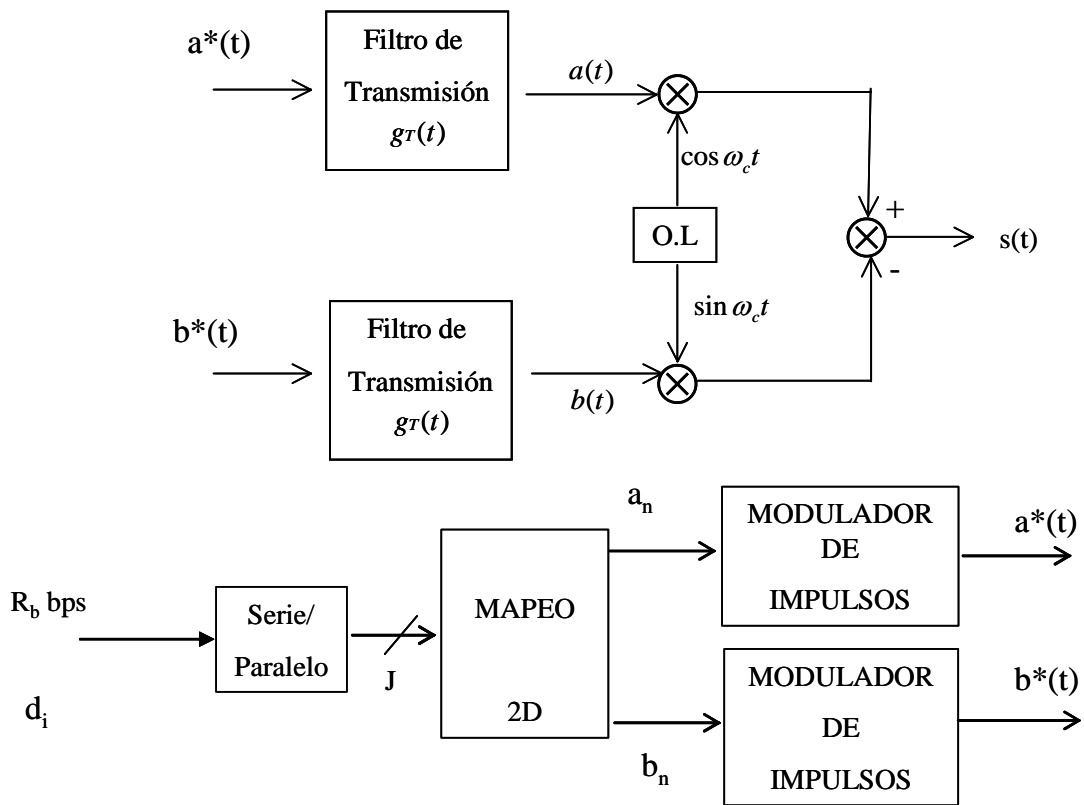
En este tema no entraremos en la evaluación del comportamiento de este sistema, es decir, en el cálculo de la probabilidad de error. En este aspecto, un sistema QAM M-ario supera el comportamiento de los sistemas de modulación PSK-M-arios para $M > 4$, en canales con ruido blanco, teniendo ambas características espectrales y de ancho de banda similares. Sin embargo, este comportamiento superior puede conseguirse únicamente si el canal está libre de no-linealidades, debido a las características de envolvente constante de los sistemas PSK.

3.2 TRANSMISOR QAM BÁSICO.

El esquema de un transmisor en QAM básico se muestra a continuación. Los datos d_i serie de entrada, generados a velocidad R_b bps se agrupan mediante un conversor serie/paralelo, formando palabras de J bits que pasarán al módulo de mapeo de estas palabras. Este módulo se encarga de seleccionar un símbolo de entre los $M=2^J$ posibles símbolos, ubicados sobre un espacio bidimensional. A la salida, los símbolos se

producen por tanto a una velocidad de $f_s = \frac{R_d}{J}$ símbolos por segundo o baudios.

Los símbolos a transmitir son números complejos que representaremos como $c_k = a_k + jb_k$. Así, el alfabeto lo forman el conjunto de números complejos que podremos transmitir. Este alfabeto se puede representar en el plano complejo, formando la constelación de la modulación. En la siguiente gráfica se presentan diferentes constelaciones posibles.



Constelaciones QAM.

A continuación, los símbolos se introducen en los moduladores de impulsos, uno para cada componente, obteniendo las señales:

$$a^*(t) = \sum_k a_k \delta(t - kT)$$

$$b^*(t) = \sum_k b_k \delta(t - kT)$$

Estas dos señales atraviesan los filtros de transmisión:

$$a(t) = \sum_k a_k g_T(t - kT)$$

$$b(t) = \sum_k b_k g_T(t - kT)$$

$g_T(t)$ es el filtro de transmisión y será de tipo paso bajo. Sobre este filtro aplica todo lo dicho para los filtros de transmisión en el capítulo correspondiente a la transmisión en banda base. En una implementación discreta, los filtros actúan de filtros interpoladores, produciendo L muestras por cada símbolo de entrada, de forma que la frecuencia de trabajo de los filtros será de Lf_s .

La señal QAM se obtiene modulando en DBL estas señales:

$$s(t) = a(t)\cos\omega_c t - b(t)\text{sen}\omega_c t$$

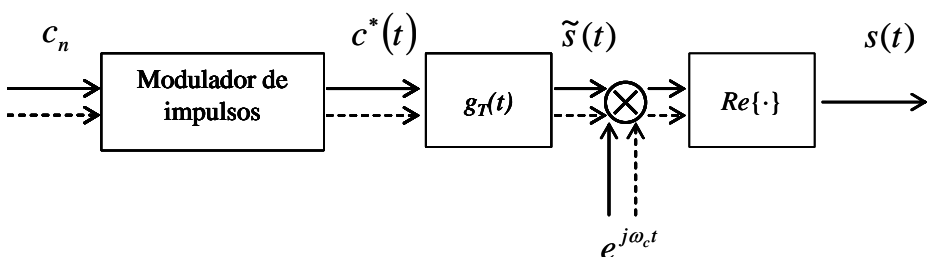
Así, $a(t)$ es la componente en fase de la señal QAM y $b(t)$ la componente en cuadratura. El equivalente paso bajo de la señal QAM, tomando como frecuencia de referencia f_c será:

$$\begin{aligned} \tilde{s}(t) &= a(t) + jb(t) = \sum_k a_k g_T(t - kT) + j \sum_k b_k g_T(t - kT) = \\ &= \sum_k (a_k + jb_k) g_T(t - kT) = \sum_k c_k g_T(t - kT) \end{aligned}$$

La señal analítica: $s^+(t) = \sum_k c_k g_T(t - kT) e^{j\omega_c t}$

En donde la señal QAM es $s(t) = \Re\{s^+(t)\}$

De forma esquemática:



Como podemos observar, en el esquema de modulación propuesto se obtiene primero la señal paso bajo que se modula más tarde en DBL. Otra alternativa para la implementación del transmisor QAM puede conseguirse de la siguiente forma:

$$s^+(t) = \sum_k c_k g_T(t - kT) e^{j\omega_c t} = \sum_k c_k e^{jk\omega_c T} g_T(t - kT) e^{j\omega_c(t - kT)}$$

Consideramos que $h(t) = g_T(t)e^{j\omega_c t} = h_F(t) + jh_C(t) \rightarrow H(f) = G_T(f - f_c)$

$$h_F(t) = g_T(t)\cos\omega_c t$$

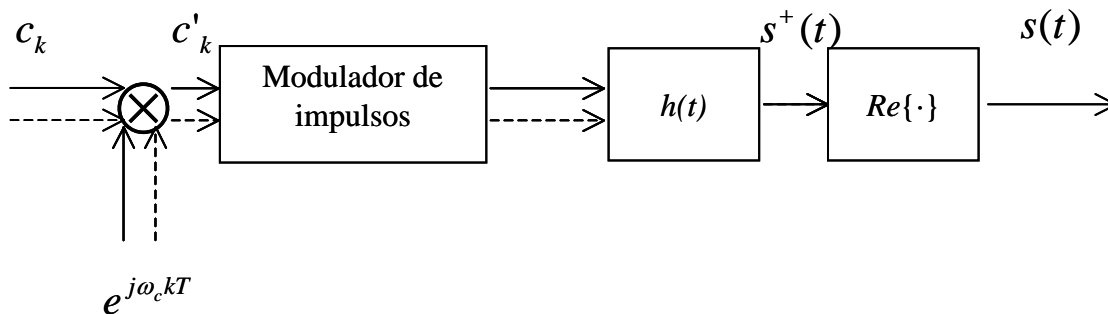
$$h_C(t) = g_T(t)\text{sen}\omega_c t$$

$$c'_k = c_k e^{jk\omega_c t} = a'_k + jb'_k \quad \begin{aligned} a'_k &= \Re\{c_k e^{jk\omega_c t}\} = a_k \cos\omega_c kT - b_k \text{sen}\omega_c kT \\ b'_k &= \Im\{c_k e^{jk\omega_c t}\} = a_k \text{sen}\omega_c kT + b_k \cos\omega_c kT \end{aligned}$$

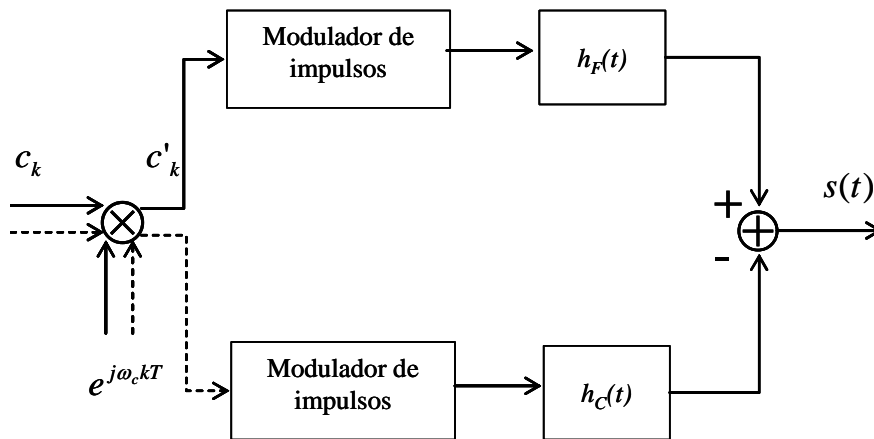
$$s^+(t) = \sum_k c'_k h(t - kT)$$

Sustituyendo:

$$s(t) = \Re\{s^+(t)\} = \sum_k [a'_k h_F(t - kT) - b'_k h_C(t - kT)]$$



y también:



En este último esquema, tanto los símbolos como los filtros son paso banda, a diferencia del esquema inicial en el que las señales se conformaban en banda base, y la traslación espectral se produce en la última etapa.

Los filtros conformadores de pulsos $h_F(t)$ y $h_C(t)$ son también interpoladores igual que en el esquema anterior. Esto es, producen L muestras por cada símbolo. Si comparamos este esquema de modulador QAM con el esquema inicial, éste hace L multiplicaciones complejas menos por periodo de símbolo que el anterior, ya que el modulador de producto, trabaja con la señal a ritmo de símbolo, mientras que en el caso anterior, debía de realizar la multiplicación a razón de L por cada símbolo.

La frecuencia de portadora debe ser mayor que la frecuencia de corte del filtro para prevenir solapes entre la parte positiva y negativa del espectro, al igual que en la modulación en DBL.

3.3 ANCHO DE BANDA OCUPADO

Los filtros $g_T(t)$ suelen ser filtros en coseno alzado, que reducen la interferencia entre símbolos. Entonces, teniendo en cuenta que la señal se encuentra trasladada en frecuencia, el ancho de banda ocupado por la señal QAM será:

$$B_T = 2 \cdot \frac{f_s}{2} (1 + \rho) \text{ en donde } f_s \text{ es la velocidad de símbolo.}$$

De manera que fijado un ancho de banda máximo de ocupación B_T , la máxima velocidad binaria que podrá conseguirse para ese canal será:

$$R = B_T \cdot \frac{J}{1 + \rho} = B_T \cdot \frac{\log_2 M}{1 + \rho} \text{ bits/seg.}$$

Y la eficiencia espectral obtenida con la modulación:

$$\eta = \frac{R}{B_T} = \frac{f_s \cdot J}{B_T} = \frac{J}{1 + \rho} = \frac{\log_2 M}{1 + \rho} \text{ bits/seg/Hz.}$$

La siguiente tabla muestra las eficiencias espectrales logradas para diferentes valores de M y ρ .

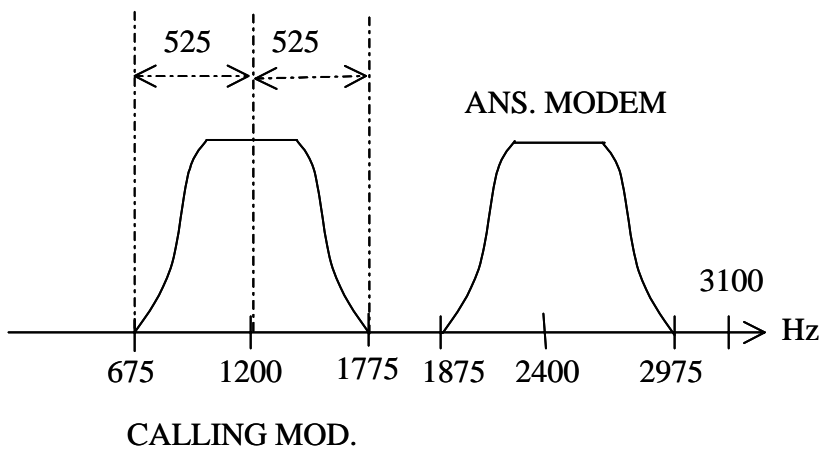
η bits/seg./Hz				
M (nº estados)	ρ=0,1	ρ=0,25	ρ=0,5	ρ=1
2	0,9	0,8	0,67	0,5
4	1,8	1,6	1,33	1,0
8	2,7	2,4	2,0	1,5
16	3,6	3,2	2,67	2,0

Como es lógico, la máxima eficiencia espectral se alcanza para el menor valor de ρ combinado con el mayor número de estados M .

Aumentando el número de símbolos de la constelación, la velocidad de transmisión conseguida es mayor. Sin embargo, no podemos aumentar indefinidamente el tamaño de la constelación, fundamentalmente debido a la presencia de ruido en el canal, que hará más complicada la posibilidad de distinguir cada punto dentro de la constelación.

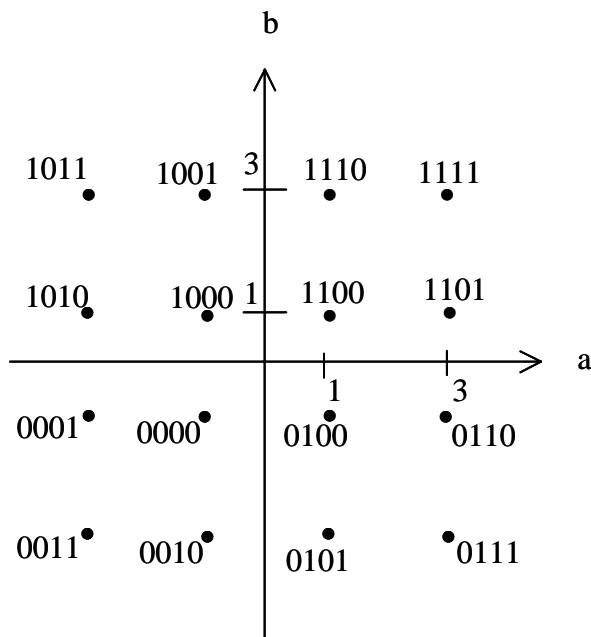
Ejemplo:

En el canal telefónico convencional las señal deben estar en el rango de frecuencias de 300Hz a 3100Hz. En el estándar de transmisión en V22bis, se transmite a 600baudios, y la transmisión full-dúplex se consigue simplemente situando los canales de ida y vuelta sobre portadoras diferentes de $f_C=1200\text{Hz}$. para el módem que llama, y $f_A=2400\text{Hz}$ para el módem que responde. El valor del factor de roll-off es $\rho=0.75$, con lo que el ancho de banda ocupado por cada una de las señales será de 1050Hz.



3.4 EJEMPLO: QAM-16

Esta modulación utiliza un alfabeto de 16 símbolos. Por lo tanto, usa palabras de cuatro bits ($J=4$). La constelación es la siguiente:

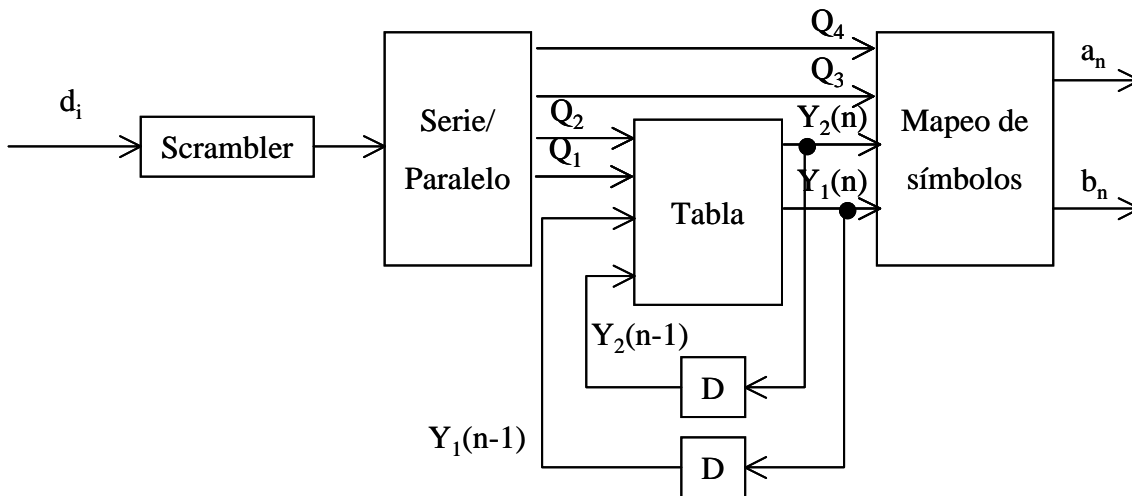


Constelación QAM-16

Esta constelación se utiliza en los estándares V.22 bis con $R_d=2400$ bps ($f_s=600$ baudios) y V.32uncoded con $R_d=9600$ ($f_s=2400$ baudios).

Como se puede observar en la figura, los dos primeros bits especifican el cuadrante en el que estamos y los otros dos la posición del símbolo en el cuadrante. Obsérvese que si rotamos esta constelación 90° los dos últimos bits no cambian.

El esquema para la obtención de los símbolos a partir de los datos es el siguiente:



Como vemos en la figura, Q3 y Q4 seleccionan directamente un símbolo en un cuadrante determinado. Los bits Y2 e Y1 seleccionarán el cuadrante. Los bits Q1Q2 especifican el cambio de fase que debe de producirse realizándose así una codificación diferencial según se indica en la siguiente tabla:

ENTRADA	ENTRADA	SALIDA ANTERIOR	SALIDA ANTERIOR	CAMBIO DE FASE POR CUADRANTE	SALIDA ACTUAL	SALIDA ACTUAL
Q1 _n	Q2 _n	Y1 _{n-1}	Y2 _{n-1}		Y1 _n	Y2 _n
0	0	0	0	+90°	0	1
0	0	0	1	+90°	1	1
0	0	1	0	+90°	0	0
0	0	1	1	+90°	1	0
0	1	0	0	0°	0	0
0	1	0	1	0°	0	1
0	1	1	0	0°	1	0
0	1	1	1	0°	1	1
1	0	0	0	+180°	1	1
1	0	0	1	+180°	1	0
1	0	1	0	+180°	0	1
1	0	1	1	+180°	0	0
1	1	0	0	+270°	1	0
1	1	0	1	+270°	0	0
1	1	1	0	+270°	1	1
1	1	1	1	+270°	0	1

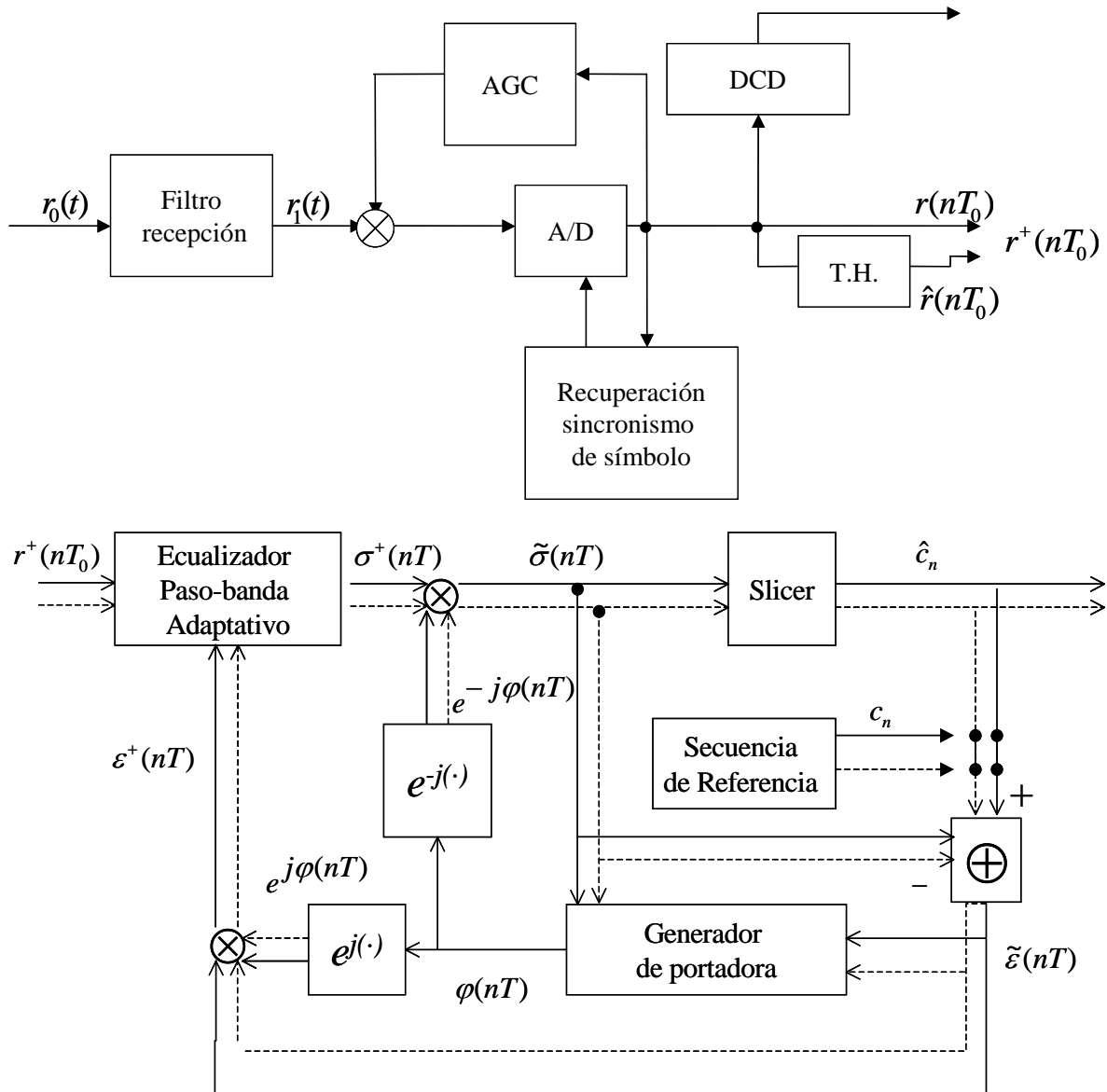
Así, por ejemplo: si [Q1, Q2]=[1 0] se especifica que se debe producir un cambio de fase de 180°, de forma que si el símbolo anterior se encuentra en el cuadrante asociado a los bits [0 0] (tercer cuadrante), el símbolo actual corresponderá al asociado a los bits [1 1] (primer cuadrante).

De esta forma, una vez realizada la detección y determinados Y1 e Y2 para los instantes actual y anterior al actual, podemos conocer los valores de Q1 y Q2. Con esta estrategia, no es necesario conocer en qué cuadrante se encuentra el símbolo sino sólo la diferencia de cuadrantes entre símbolos consecutivos. Como además el arreglo de los símbolos en cada cuadrante es tal que no varía al cambiar de cuadrante (los bits que identifican el símbolo en un cuadrante no cambian con giros de 90 grados), nos va permitir una indefinición de la fase de la portadora de $\pi/2$, ya que una desviación de la fase de la portadora de $\pi/2$ corresponde a un

giro de la constelación de $\pi/2$: $s^+(t) = \tilde{s}(t)e^{j(\omega_c t + \frac{\pi}{2})} = j\tilde{s}(t)e^{j\omega_c t}$. Por esto, se dice que el sistema es transparente a giros de 90° .

3.5 RECEPTOR QAM: DESCRIPCIÓN GENERAL.

Un receptor QAM sigue el esquema que se presenta en la siguiente figura. Como puede observarse, el esquema del receptor es considerablemente más complejo que el del transmisor.



$r_0(t)$, señal de entrada al receptor es la señal QAM transmitida, distorsionada por el canal y con ruido añadido. La función principal del filtro de recepción: es eliminar ruido fuera de banda, y también, en combinación con el filtro de transmisión, conformar el pulso recibido para que se produzca IES sobre un canal ideal. Debido a que las señales pueden llegar muy atenuadas, la salida del filtro de recepción se escala por el Control Automático de Ganancia (CAG) para incrementar su amplitud y así utilizar todo el rango dinámico de los convertidores.

El muestreo en los convertidores se realiza normalmente a una frecuencia superior a la frecuencia de símbolo:

$$f_0 = \frac{1}{T_0} = n_0 \cdot \frac{1}{T} = n_0 \cdot f_s \text{ que además será de al menos el doble de la máxima frecuencia contenida en la}$$

señal QAM. Las muestras obtenidas serán utilizadas por el módulo de CAG para calcular el factor adecuado. También se utilizan en el DCD (*Data Carrier Detect*) para determinar si una señal es señal o es sólo ruido.

Los instantes de muestreo adecuados se determinarán en el recuperador de sincronismo de símbolo a partir de las muestras obtenidas.

El último módulo forma la señal analítica $r^+(nT_0)$. Este subsistema que forma esta señal analítica, se conoce como *Phase Splitter*.

Un canal real no tiene respuesta plana y retardo constante de envolvente (como tendría un canal ideal) y esto causa interferencia entre símbolos en la señal recibida. El ecualizador adaptativo pasobanda compensa la respuesta del canal para minimizar la IES. Este filtro debe ser adaptativo ya que a priori no se conoce la respuesta frecuencial del canal. En la red telefónica conmutada por ejemplo, tenemos un canal diferente asignado en cada comunicación, cada uno de ellos con sus características determinadas en cuanto a lo que a respuesta en frecuencia se refiere.

El ecualizador adaptativo es un filtro FIR que opera por lo general sobre muestras espaciadas $\frac{T}{n_1}$, es decir,

con muestras espaciadas un tiempo inferior al intervalo de símbolo. Este tipo de ecualizador (que opera sobre muestras espaciadas un intervalo de tiempo inferior al intervalo de símbolo) se conoce como *ecualizador fraccionalmente espaciado*. A la salida genera muestras a intervalo de símbolo, espaciadas por tanto T. Por eso, el periodo de muestreo a su entrada $T_0 = T/n_0$ debe de ser divisible por n_1 .

Entonces:

$$n_0 = k \cdot n_1$$

$$T_0 = \frac{T}{n_0} \quad T_1 = \frac{T}{n_1} = \frac{T}{n_0} \cdot k$$

La señal ecualizada $\sigma^+(nT)$ se multiplica por la referencia de portadora, para bajarla a banda base, obteniendo así su equivalente paso-bajo: $\tilde{\sigma}(nT) = \sigma^+(nT) \cdot e^{-j\varphi n}$. Si la ecualización fuera perfecta, las muestras $\tilde{\sigma}(nT)$ serían los puntos de la constelación. En la práctica, sus valores se desvían de los valores ideales, debido al ruido y a la IES.

El cuantificador (SLICER), realiza la cuantificación de las señales, eligiendo el punto de la constelación más cercano al punto recibido: son los símbolos estimados \hat{c}_n . Cuando el ecualizador esté funcionando correctamente, y la referencia de portadora sea la correcta, estas estimaciones serán con mucha probabilidad iguales a los símbolos transmitidos. Por ello, son tomadas como valor de referencia para para sincronizar la portadora generada con la de la señal recibida, función que realiza el bloque denominado *generador de portadora*. Para la fase de ajuste inicial, se dispone en el receptor de una secuencia de referencia ideal que es idéntica a la secuencia transmitida (secuencia de entrenamiento). Después del entrenamiento, las salidas del cuantificador son tomadas como una buena estimación de los datos transmitidos. Este tipo de operación se conoce como *basada en decisiones*.

De la misma forma, los datos decididos son tomados como una buena referencia para el ajuste del ecualizador adaptativo.

A continuación se estudian dos subsistemas del receptor:

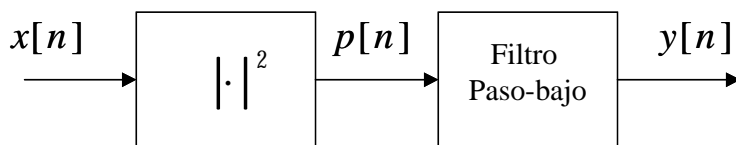
- DCD :Data Carrier Detect.
- Recuperación de portadora

El ecualizador forzador de ceros (no adaptativo) y los ecualizadores adaptativos se estudiarán en un capítulo aparte.

3.6 DETECCIÓN DE PORTADORA DE DATOS (*DATA CARRIER DETECT*).

La función de este bloque es detectar cuándo tenemos señal presente y cuándo no, por lo general para indicárselo a un módulo de recepción de datos. Se trata de un módulo muy simple, pero de gran importancia, ya que permitirá validar o rechazar los datos recibidos por módulos situados en niveles superiores.

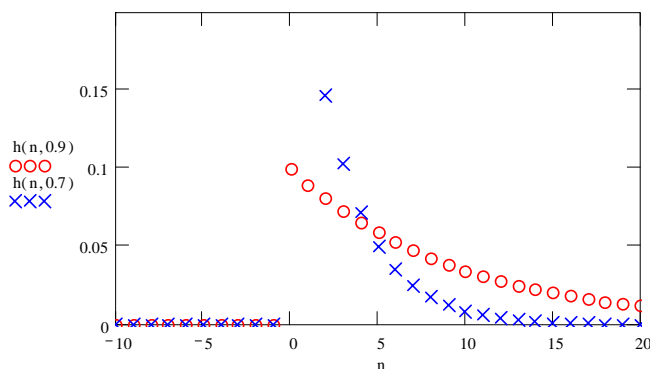
La mayoría de los métodos deciden la existencia de señal basándose en la energía de la señal recibida. Considere por ejemplo el siguiente esquema:



Con la siguiente implementación para el filtro paso-bajo:

$$H(z) = \frac{1-c}{1-c \cdot z^{-1}}; h[n] = (1-c)c^n u[n]$$

que se comporta como un integrador con un cierto factor de 'olvido', mayor cuanto menor sea c, como muestra la siguiente gráfica:



3.7 RECUPERACIÓN DE PORTADORA.

Para simplificar el proceso, y también porque los dos problemas pueden tratarse de forma independiente, supondremos en este apartado que la frecuencia de símbolo exacta es conocida.

El problema que presentamos en este apartado, es la recuperación de la frecuencia y fase de la portadora. Consideramos la señal analítica:

$s^+(t) = \sum_m c_m \cdot g(t - mT) \cdot e^{j(\omega_c t + \theta(t))}$ en donde $g(t) = g_T(t) * c(t) * g_R(t)$ es la respuesta global del canal, y los símbolos complejos $c_m = a_m + jb_m$.

Supongamos que demodulamos esta señal con $e^{-j(\omega_c t + \phi(t))}$. Entonces, el valor del símbolo recibido es:

$$q_k = s^+(t) \cdot e^{-j(\omega_c t + \phi(t))} \Big|_{t=kT} = e^{j(\theta(kT) - \phi(kT))} \cdot \sum_m c_m g((k-m)T)$$

Si no hay IES ni ruido: $q_k = e^{j(\theta_k - \phi_k)} \cdot c_k$, es decir, un error en la fase de la portadora utilizada en la detección, girará la constelación obtenida en ese mismo ángulo. Si el error cometido fuera un error de frecuencia, $\theta_k - \phi_k = \omega_e kT$, entonces observaríamos una constelación girando con velocidad ω_e rad/s. Esto puede perjudicar enormemente la detección si no se corrige.

3.7.1 RECUPERACIÓN DE PORTADORA BASADA EN DECISIONES: DECISION-DIRECTED CARRIER RECOVERY:

Si hay IES podemos poner: $q_k = e^{j\varepsilon_k} \cdot A_k \cdot c_k$. En esta expresión, A_k es un número real positivo que considera los errores en la detección de la amplitud, incluyendo ruido e IES, y $\varepsilon_k = \theta_k - \phi_k$ es el error de fase cometido en la detección, debido tanto al ruido e IES, como a los desplazamientos de frecuencia y fase de la portadora.

Vamos a desarrollar la expresión anterior:

$$q_k = e^{j\varepsilon_k} \cdot A_k \cdot c_k = (\cos \varepsilon_k + j \sin \varepsilon_k) \cdot A_k \cdot c_k$$

$$\frac{q_k}{A_k \cdot c_k} = \cos \varepsilon_k + j \sin \varepsilon_k$$

$$\frac{q_k}{A_k \cdot c_k} = \frac{q_k \cdot c_k^*}{A_k \cdot c_k \cdot c_k^*} = \frac{q_k \cdot c_k^*}{A_k \cdot |c_k| \cdot |c_k|} = \frac{q_k \cdot c_k^*}{|q_k| \cdot |c_k|}$$

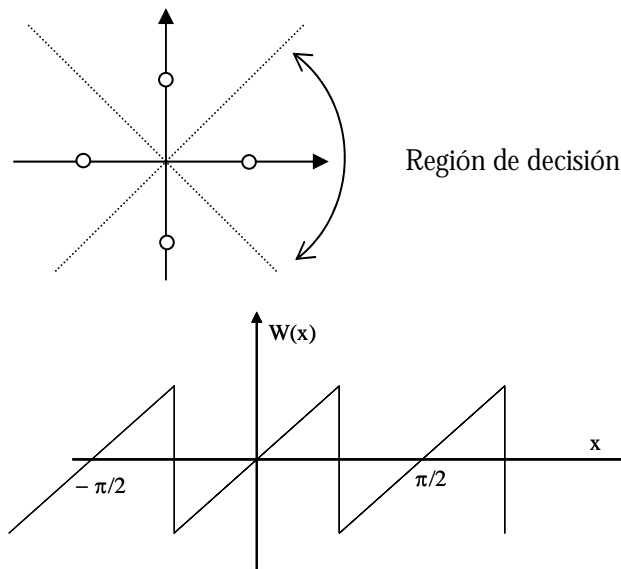
$$\sin \varepsilon_k = \Im \left\{ \frac{q_k}{A_k \cdot c_k} \right\} = \frac{\Im \{ q_k \cdot c_k^* \}}{|q_k| \cdot |c_k|}$$

$$\text{y } \varepsilon_k = \arcsin \left\{ \frac{\Im \{ q_k \cdot c_k^* \}}{|q_k| \cdot |c_k|} \right\}$$

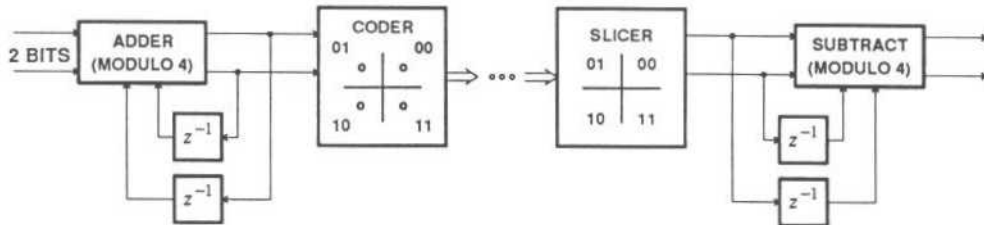
Por lo tanto sabiendo cual ha sido el símbolo transmitido sabemos calcular ε_k . La expresión proporciona el error calculado a partir de los símbolos recibidos q_k y los transmitidos c_k . Como estos últimos no los tenemos, debemos utilizar los símbolos *decididos*. En condiciones de buena recepción, los símbolos decididos serán idénticos a los transmitidos.

Ejemplo

Considere la constelación 4-PSK, junto con las regiones de decisión de la figura. Considere también un sistema de recuperación de portadora basado en *decisiones* (es decir, que utiliza los símbolos decididos para el cálculo del error ε_k). Si la muestra recibida tuviera un error de fase superior a $\pi/4$ en amplitud, la decisión sería incorrecta, y el error de fase medido sería también incorrecto. Se puede decir que el error de fase medido es $\varepsilon_k = W(\theta_k - \phi_k)$, en donde la función $W(\cdot)$ se muestra en la figura.



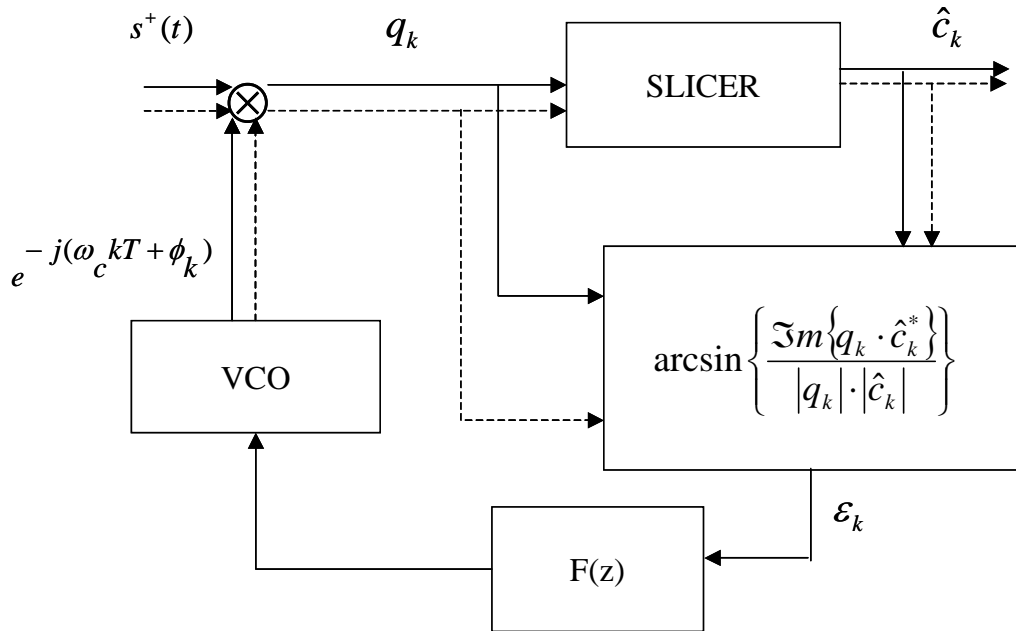
Para superar esta limitación, se utiliza la codificación diferencial, mediante la cual la información se encuentra codificada en el cambio de fase, en lugar de en su valor en términos absolutos. Un esquema que implementa esta codificación diferencial para una constelación 4-PSK se muestra en la figura.



Puede observarse también, que errores de fase múltiplos de $\pi/2$, no producirían error en la detección.

Para constelaciones de mayor tamaño, la ambigüedad de fase del lazo de recuperación de portadora puede ser más compleja. Normalmente se codifican diferencialmente dos bits de los M necesarios en una constelación de tamaño 2^M , aquéllos que identifican el cuadrante, de forma que errores múltiplos de $\pi/2$, no produzcan error (como en la modulación QAM-16 estudiada en el apartado anterior). Sin embargo, otros errores más pequeños podrían producirlos.

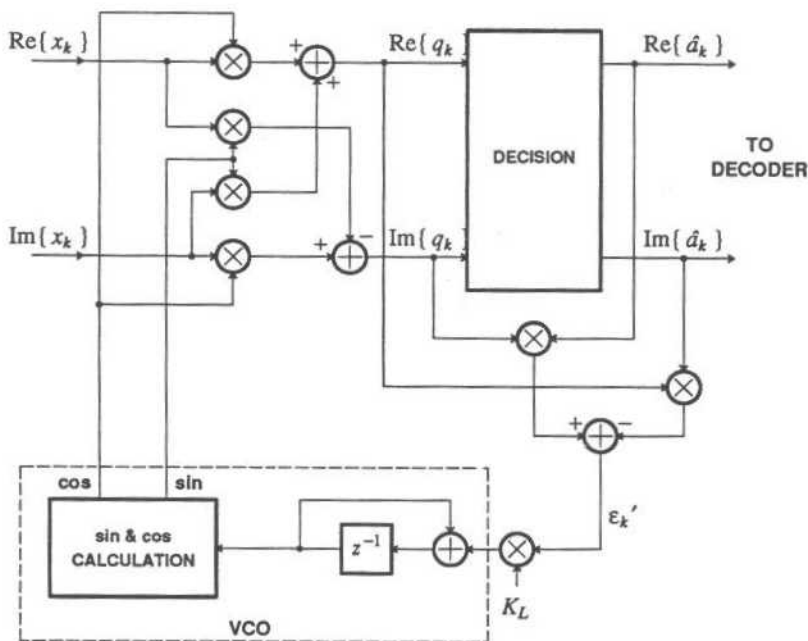
El esquema de recuperación de portadora queda finalmente:



Si el valor de ϵ_k es muy pequeño podemos eliminar el cálculo del *arcsen*.

Para terminar, el papel del filtro $F(z)$ es eliminar las variaciones rápidas del error de fase, de forma que la corrección de la portadora se realice en base al valor medio del error, y no al valor instantáneo. La estructura final obtenida, tiene la forma de un lazo de enganche de fase.

La siguiente figura muestra un lazo de recuperación de portadora de primer orden, en el que el filtro $F(z)=K_L$.



3.8 BIBLIOGRAFÍA

Edward A. Lee, David G. Messerschmitt
Digital Communication
Second Edition. KAP, 1994. (Ch. 16.- Carrier Recovery)

Steven A. Tretter
Communication System design Using DSP Algorithms. With Laboratory Experiments for the TMS320C30
Applications of Communication Theory. Series Editor: R.W. Lucky, Bellcore. Plenum Press. NY. (1995)

Simon Haykin
Digital Communications
Wiley, 1988 (

John G. Proakis
Digital Communications
McGraw-Hill, 3º Ed. 1995